

# 花蓮縣第 59 屆國民中小學科學展覽會

## 作品說明書

科 別：物理科

組 別：國中組

作品名稱：非線性光影共振:利用雙振盪器研究其相位耦合特性

關 鍵 詞：同步振盪、振幅死亡、相位翻轉分叉（最多三個）

編 號：

（由教育處統一編列）

製作說明：

- 1.說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
- 2.編號由教育處統一編列。
- 3.封面編排由參展作者自行設計。

## 非線性光影共振:利用雙振盪器研究其相位耦合特性

### 研究摘要

在此科展實驗中，我們設計一對耦合的蠟燭火焰振盪器來觀察之間的相對距離改變與耦合相變的關係，並用 iPhone 慢速攝影與 Tracker 分享軟體來分析同步振盪與振幅死亡的區域，以期導致相位翻轉分叉變化的實驗條件；實驗結果顯示相變區域發生於雙振盪器距離  $d=0.6\sim 1.6$  公分間，且在  $d=0.8$  公分處觀察到同步振盪(IP)、振幅死亡(AD)、反向振盪(AP)和相位分叉振盪(PFB)的混合狀態，我們成功的利用簡易雙振盪器實驗來解釋此非線性物理特性，而進一步瞭解振幅死亡和相位翻轉分叉之間的這種轉換現象，在未來，此成果將有助於我們避免其他的不適現象發生，例如神經元和腦細胞中的振幅死亡、捕食者系統中的振盪狀態、振盪傳播、或傳染性疾病傳遞等現象。

## 壹、研究動機

這次實驗的發想來自於拜拜時看到佛堂上的蠟燭光影左右來回的振動，讓我有了研究的念頭，這些看似無序渾沌的擺動，為甚麼會有各種奇怪的光影擺動上升呢？而當將兩個或多個蠟燭火焰接近在一起而熔化時，所產生的大火焰通常表現出閃爍，表現出與其尺寸和亮度的長時間高頻振盪。而此有趣的光影振盪物理問題正與我們國二理化的光的直進、波的基本性質、與熱的傳遞三單元有相直接相關性。

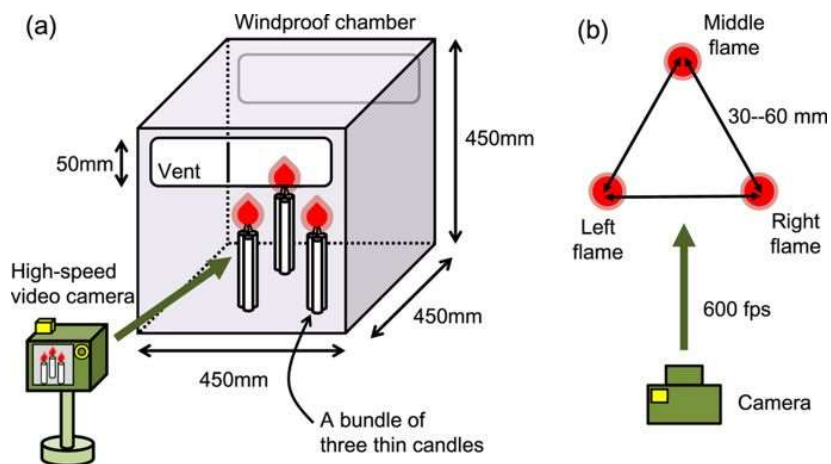
好奇心讓我們有了這次的研究，上網尋找了一些相關資料，原來解釋這種蠟燭的耦合行為正是現在科學家致力於投入的實驗內容，我也等不及一探究竟！自從蠟燭的發明以來，我們已經熟悉蠟燭火焰的閃爍。當你捆綁一些市售的蠟燭然後一起點燃它時，就很容易觀察到它。如果光束中所涉及的蠟燭的燈芯彼此足夠接近，則相鄰的火焰合併，並且所產生的大火焰將以非線性方式振盪，一旦振盪行為開始時，振盪就能自我維持；即使你在火焰上吹氣，造成其瞬時停止振盪，火光振動也會在擾動消除後重新開始。蠟燭火焰中的這種自我維持振盪與單個孤立的蠟燭火焰展現的穩定燃燒形成對比。

與蠟燭火焰的閃爍相關的另一個有趣的現象，是在觀察兩個火焰之間的距離時，一對擺動的蠟燭火焰竟顯示出兩種不同類型的同步模式。當距離足夠小時，它們表現出同相同步態(In-Phase, IP)，顯示兩個火焰相同地振盪而沒有相位差的現象。而當蠟燭距離較大時，它們卻表現出反相同步態(Anti-Phase, AP)，即是其中兩個火焰的振盪波形相同但它們相移了半個週期[1]。

上面提到的論點讓我們提出了一個簡單的問題：當三個蠟燭火焰耦合時我們會觀察到什麼？

於是我們又去搜尋與三支蠟燭有關的研究，我們找到了一則 2016 年發表在科學報導 (Scientific Reports) 上的文章[2]，內容提到了三支蠟燭形成的耦合振盪器，竟然有振幅死亡和相位翻轉分叉等有趣的現象產生，他們研究了三支呈三角形排列的蠟燭火焰所形成的一個振盪器的集體行為，如圖一實驗裝置所示[2]，日本研究學者將三支蠟燭用膠帶捆綁在一起並讓三個燈芯彼此足夠靠近，以便三個單獨的火焰在點火時能合併，並使用高速攝影機 (EXILIM EX-F1, CASIO, 日本) 以 600 幀/秒的速度在深色背景下記錄此三耦合火焰燃燒的

動態。每次實驗試驗以灰度模式(Gray color)記錄兩分鐘長的影片，然後分析它火焰隨時間的變化。

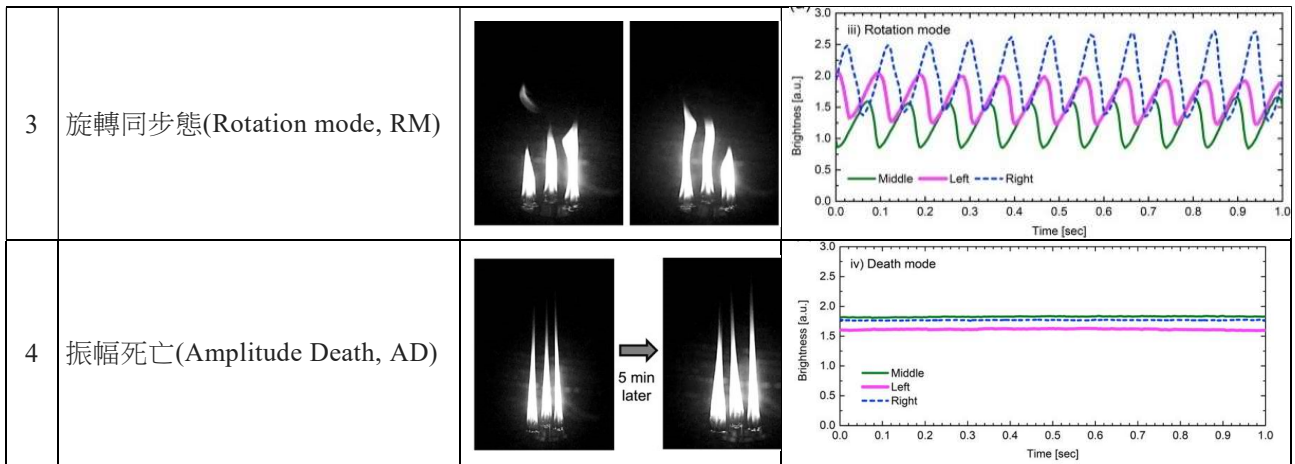


圖一：由三隻呈三角形排列的蠟燭實驗裝置所組成的振盪器[1]。

該研究顯示出四種不同類型的同步模式，如表格一所示，包括同相模式(AP)，部分同相模式(Partial AP)，旋轉模式(Rotation mode, RM)，和稱為振幅死亡(Amplitude Death, AD)模式的異常模式，其 AD 模式將導致火焰振盪的突然停止，並自我維持穩定燃燒。

表格一：三支蠟燭型成的耦合振盪器[2]。

	狀態	三支蠟燭	振盪週期
1	同相同步態(In-Phase, IP)		
2	部分同相同步態(Partial In-Phase, PIP)		



在此研究中，首先說明了 AD 模式的存在，振幅死亡在熱力學中一直是一個很重要的議題，如在火箭和燃氣輪機等熱、聲系統中，存在著不受控制的振盪不僅會減少此類系統的使用壽命，甚至還可能導致結構損壞和完全故障。這些熱、聲不穩定性現象，若能控制其熱、生釋放速率波動、相位、與壓力波，使系統可以通過振幅死亡(AD)現象來抑制或消除，則可大大提升機器使用效率，而控制這種 AD 行為的一種方法，是可以透過不同的耦合振盪器組合來引起。

## 貳、研究目的

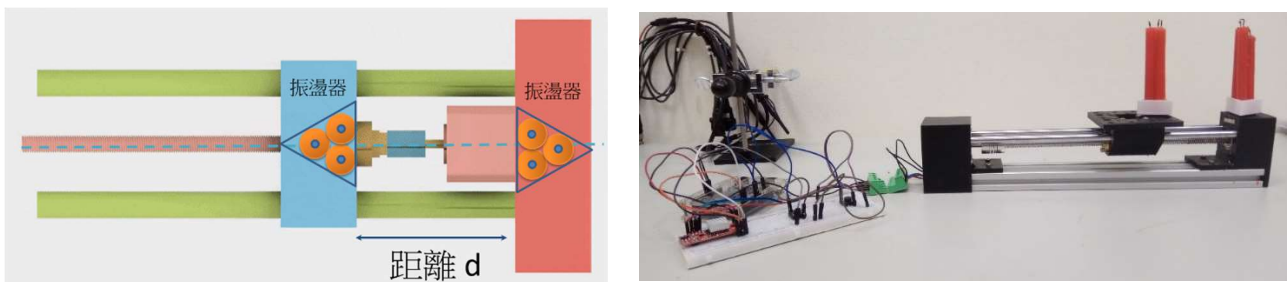
複雜系統一直是日常生活中常見的，如燭光的無序晃動，或很多的耦合燭光共振晃動；或如螢火蟲的發光，螢火蟲族群間的自發性共振發光行為，這類生活中所觀察到的奇怪現象，引起我們的興趣與探究其族群間的耦合特性，特別是由一對振盪器的耦合行為中發現的非線性現象，其中關於振幅死亡態(Amplitude Death State, AD)和相移翻轉分叉態(Phase Flip Bifurcation State, PFB)的共存預測更是讓我們好奇，儘管物理理論預測振幅死亡和相位翻轉分叉在不同控制變因與變化的基礎上是可以共存的，但這種情況在實際實驗系統中還沒有被報導過。

對此，我們也查到一些資料與理論[3]，解釋如何由同步狀態(IP)到反相同步態(AP)中間態的轉換機制，此理論稱其為相位翻轉分叉(Phase-Flip Bifurcation, PFB)，其為突然轉變而發生，在此 PFB 期間，振盪器在同步狀態上突然從相位(IP)轉移到反相位(AP)，同時在其頻率上跳轉。但是，當實驗控制變因改變時，兩隻振盪器間的同步狀態(IP)與振幅死亡(AD)

狀態的轉換是如何發生的，卻引起了我們的研究動機，有說其為渾沌態(Chaos State)，或為混合態(Mixed State)；對此，我們製作兩組由三支蠟燭所組成的火焰振盪器，並改變期間的距離來研究這類複雜系統，到目前為止，此類振盪器之間相互耦合的研究僅報告了 IP 和 AP 狀態的存在，而它們之間的距離是不同的。在本研究中，我們探討了從 IP 到 AP 的過渡，與 AD 狀態或 PFB 發生的機制。

### 參、研究設備和器材

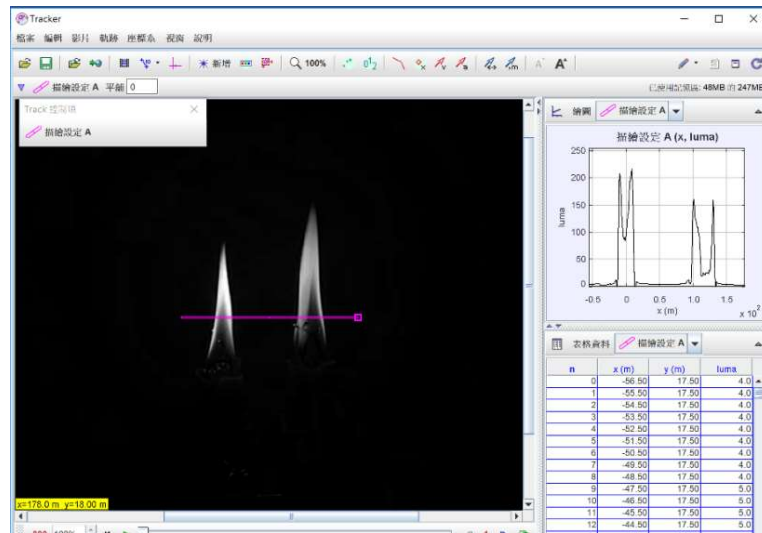
首先，我們設計一線性滑軌，此平台零件由 3D 列印製作，可在 Thingiverse 的 3D 分享網站取得[4]，配合一顆 42 步步進馬達與一長 30 公分的 2040 鋁擠條組成此線性滑軌，如圖二所示，為實驗示意圖與照片：



圖二：實驗概念圖與一顆 42 步步進馬達與一長 30 公分的 2040 鋁擠條組成此線性滑軌。

我們可以藉由 Arduino 控制以準確的改變兩個蠟燭振盪器間的距離(控制軟體採用 GitHub 共享軟體[5])，並以每移動 0.2 公分拍攝一段影片，拍攝方式以 iphone8p 每秒 240 幀的慢動作進行，每段影片約為 30 秒。

分析的方式採用 Tracker 5.0.7 版本的分享軟體[6]，先將慢動作影片匯入，調整濾鏡至灰階(Gray Scale)，自訂義比重紅=0、綠=0、藍=1，在軌跡地方新增軸線，利用強度分布線通過火焰中心形成一條直線，觀察此切線的分佈與每一幀影片的振盪行為，如圖三所示：



圖三：左邊為我們所拍攝的兩支振盪器火焰，而右上圖為其切線強度分佈，而右下為其所獲得的兩支火焰座標與強度實驗資料，頻率的計算則數波谷的週期運動與每一幀影片的關係。

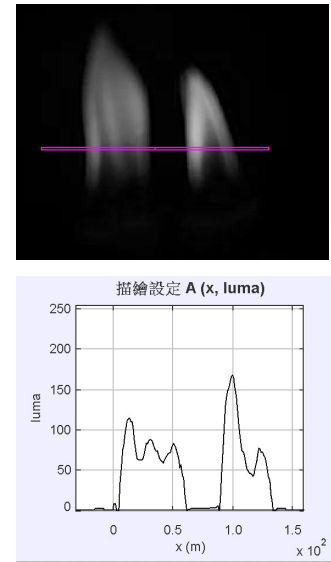
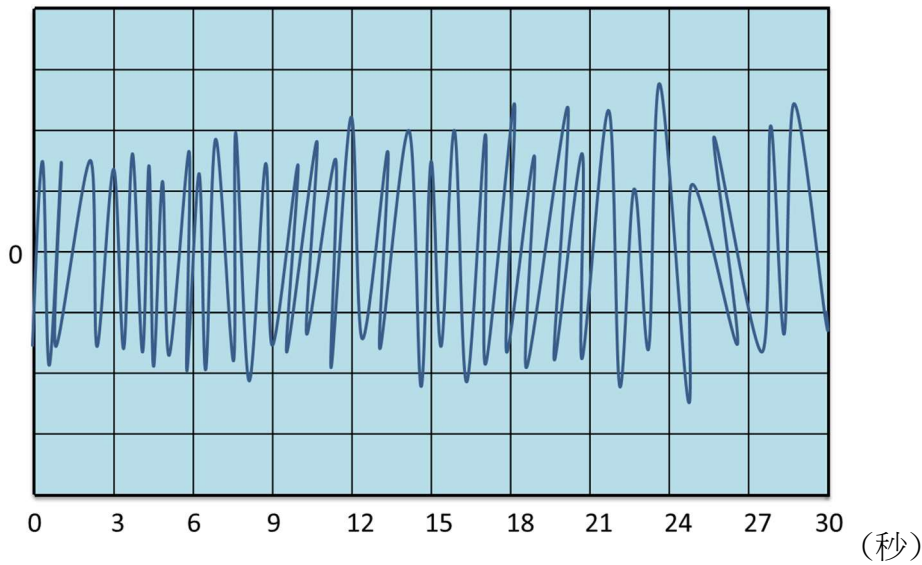
### 肆、研究過程和方法

實驗的進行由兩支振盪器相距為  $d=0$  公分開始操作實驗(實際燈芯距離為 2 公分，我們定為零點)，每移動 0.2 公分拍攝 30 秒，並由 Tracker 中去觀察每一幀的振盪周期行為。並統計影片中每一區域間的頻率大小與兩支振盪間耦合行為；實驗分析圖四至十九橫軸代表時間，縱軸代表相對的振盪流明亮度(Lux)，為作一致性比較，我們對亮度皆採相對強度做圖，我們並以顏色來標示實驗所觀察區間的行為狀態，如表二所示：

表二

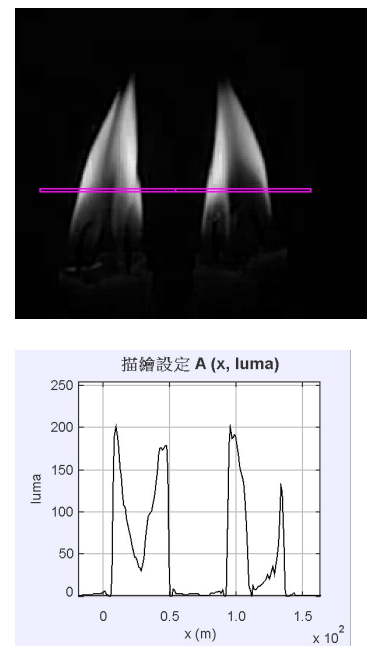
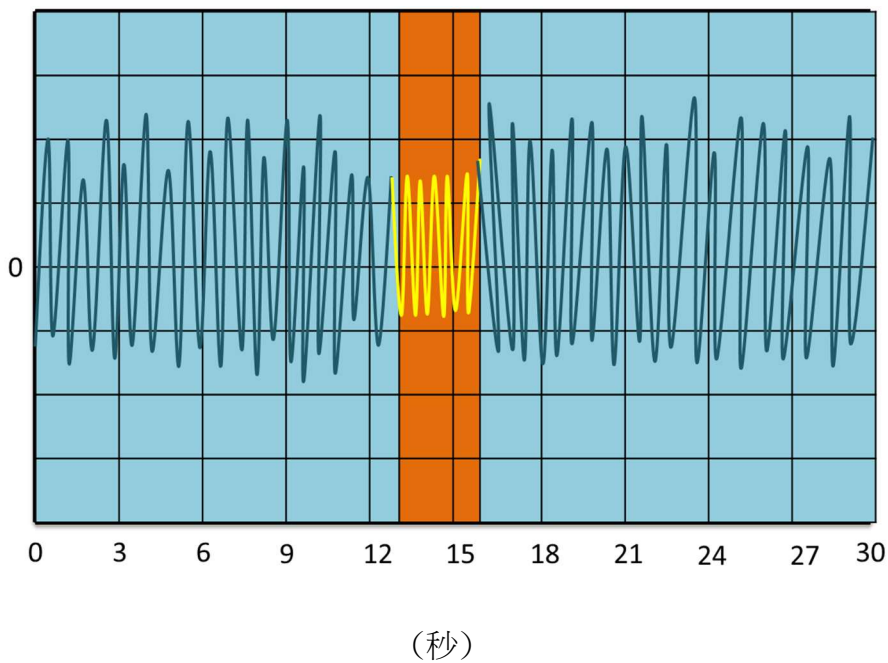
同步振盪(IP)	振幅死亡(AD)	相位翻轉分叉(PFB)	反向振盪(AP)

如圖四所示，為當蠟燭振盪器距離為  $d=0$  公分時，兩支振盪器的耦合呈現同步振盪模式，期振盪頻率約為 25 frame，約為  $f=9.59\text{Hz}$ 。



圖四

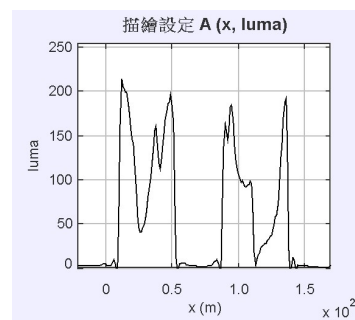
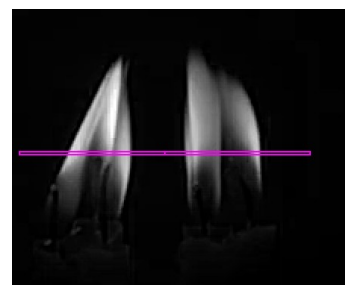
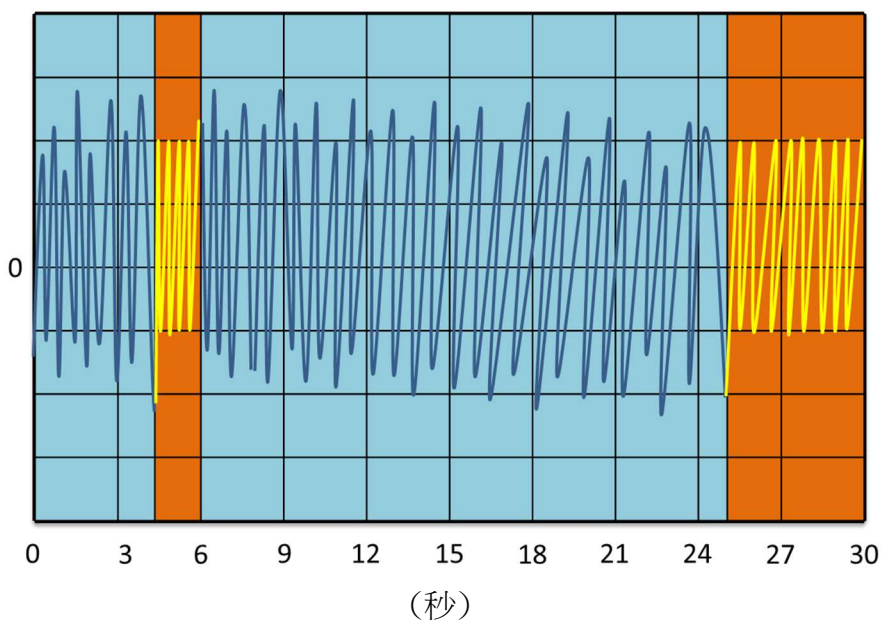
如圖五所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.2$  公分時，會呈現同步振盪和振幅死亡，頻率約 24 frame，約為  $f=10.0\text{ Hz}$ 。



圖五

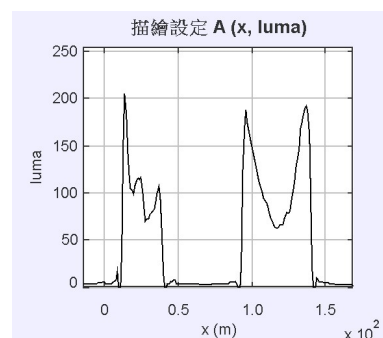
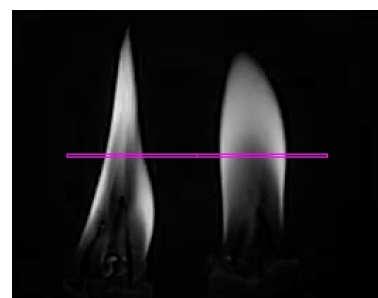
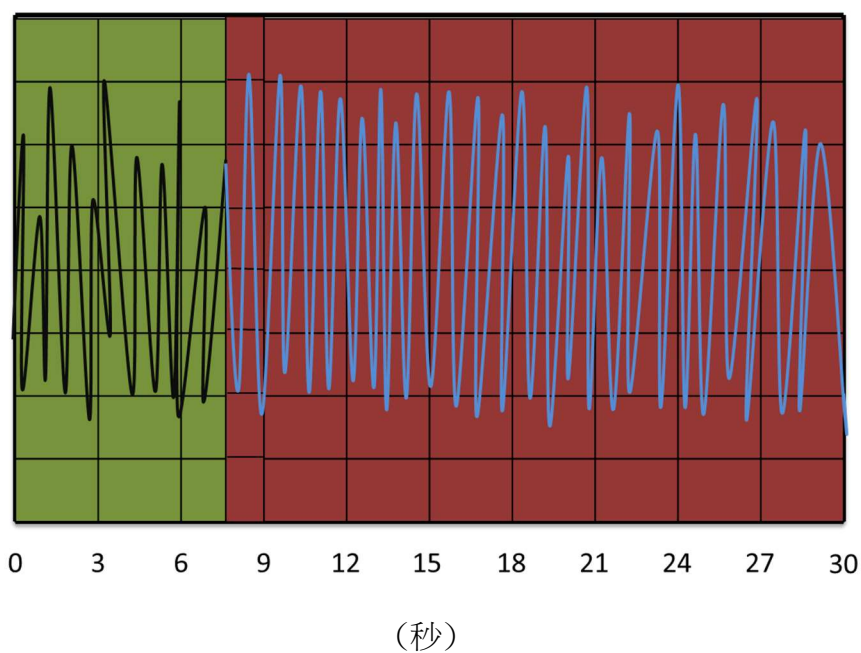


如圖六所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.4$  公分時，會呈現同步振盪和振幅死亡，頻率約 28 frame，約為  $f=8.57$  Hz。



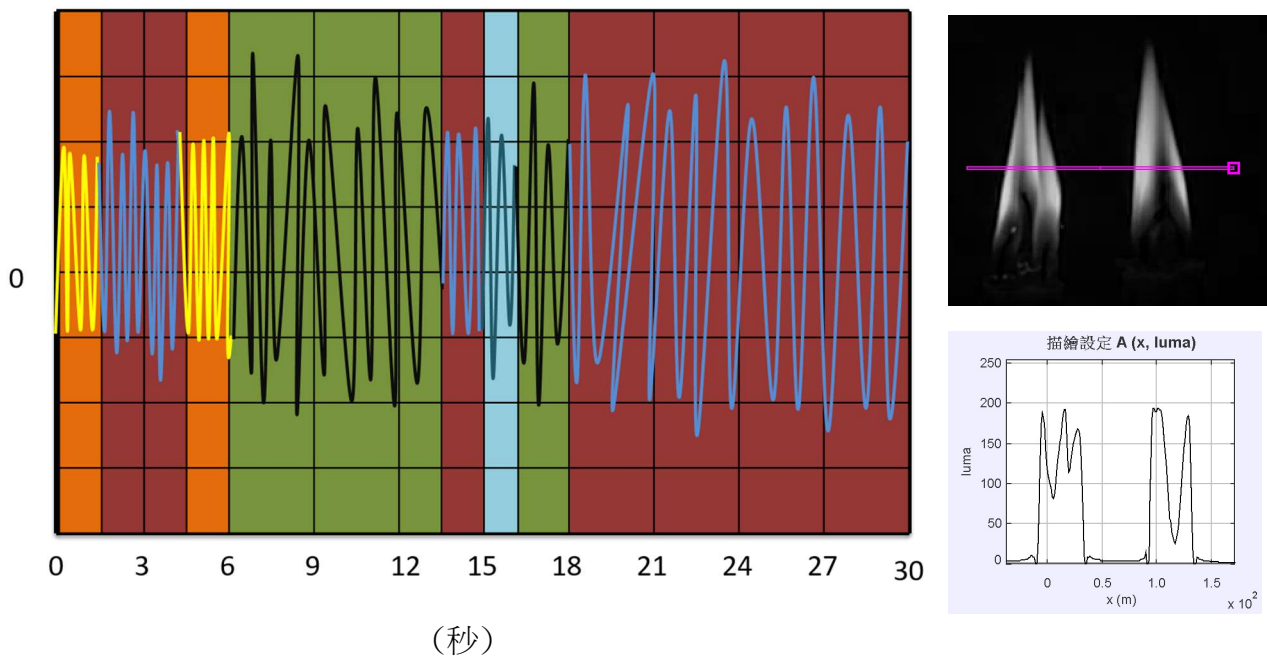
圖六

如圖七所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.6$  公分時，會呈現相位翻轉分叉和反向振盪，頻率約 26 frame，約為  $f=9.23$  Hz。



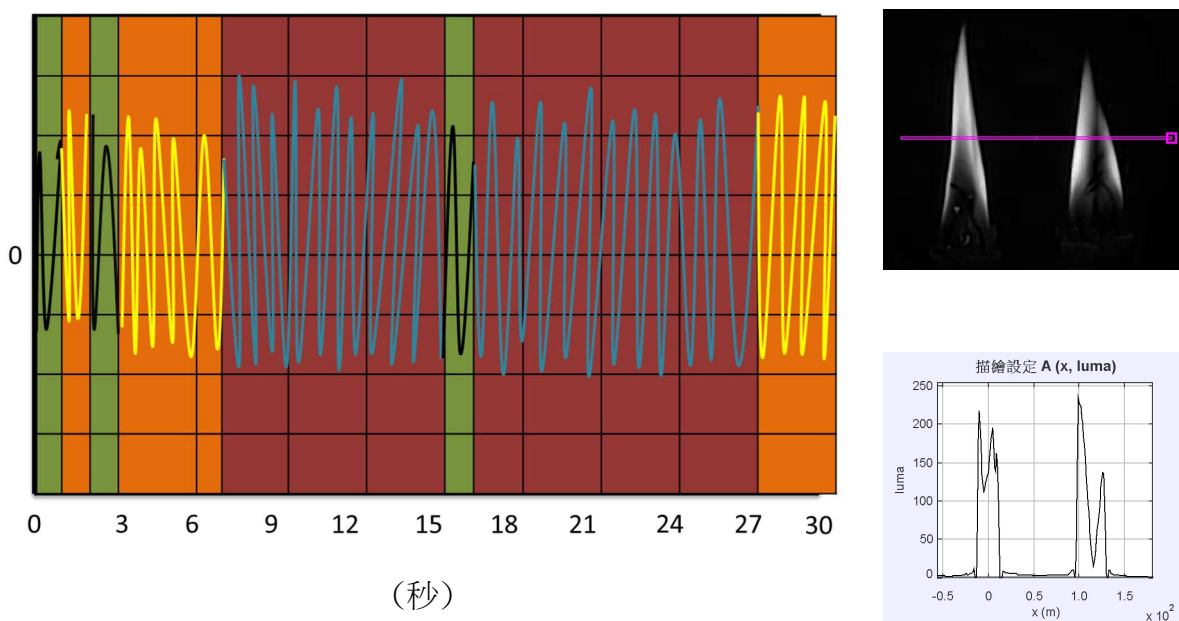
圖七

如圖八所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.8$  公分時，會呈現混和型態，頻率約 20frame，約為  $f=12$  Hz。此類混合態包含所有的 IP、AP、AD、與 PFB 四種。



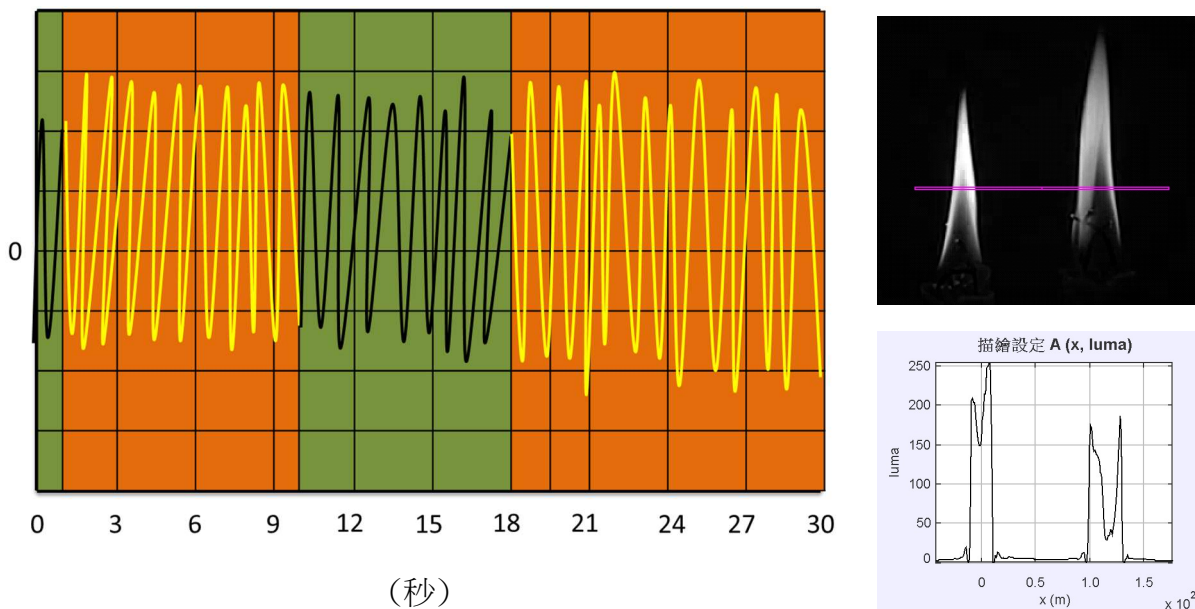
圖八

如圖九所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1$  公分時，呈現混和型態，頻率約 20 frame，為  $f=12$  Hz。此類混合態包含所有的 AP、AD、與 PFB 三種，我們發現超過 1 公分後，IP 態就消失。



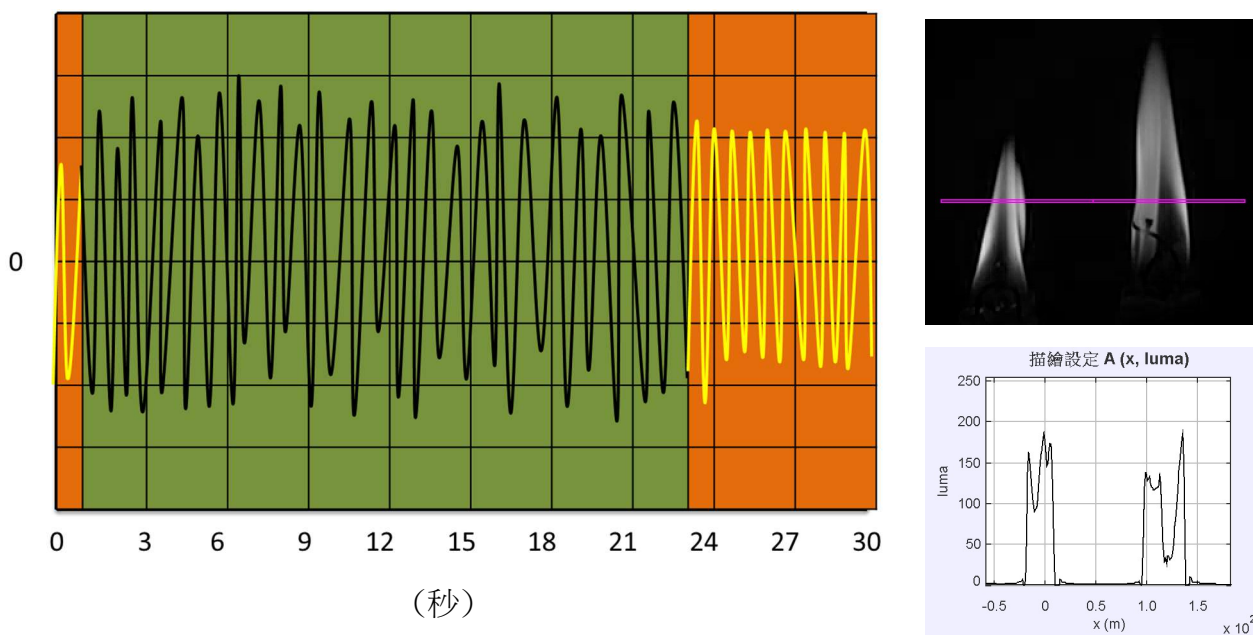
圖九

如圖十所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1.2$  公分時，開始由四種混和型態轉為 PFB 與 AD 混合態，頻率約 22 frame，為  $f=10.9$  Hz。



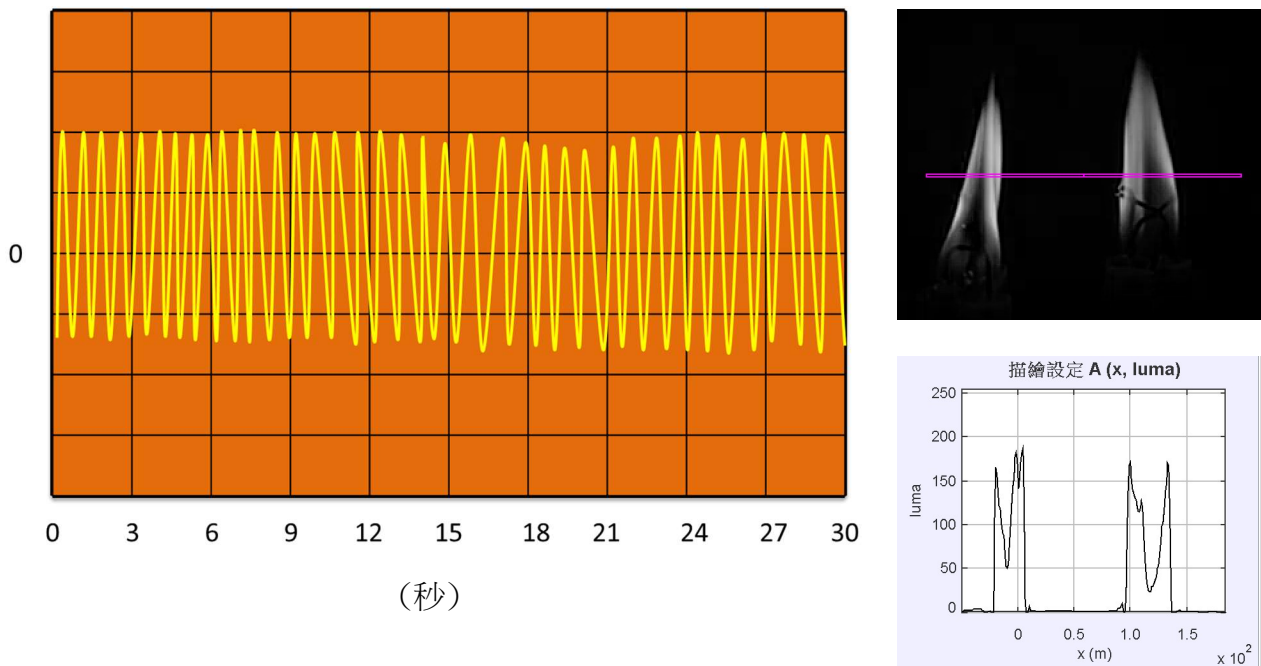
圖十

如圖十一所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1.4$  公分時，呈現 PFB 與 AD 混和型態，頻率約 18.5 frame，為  $f=12.97$  Hz。



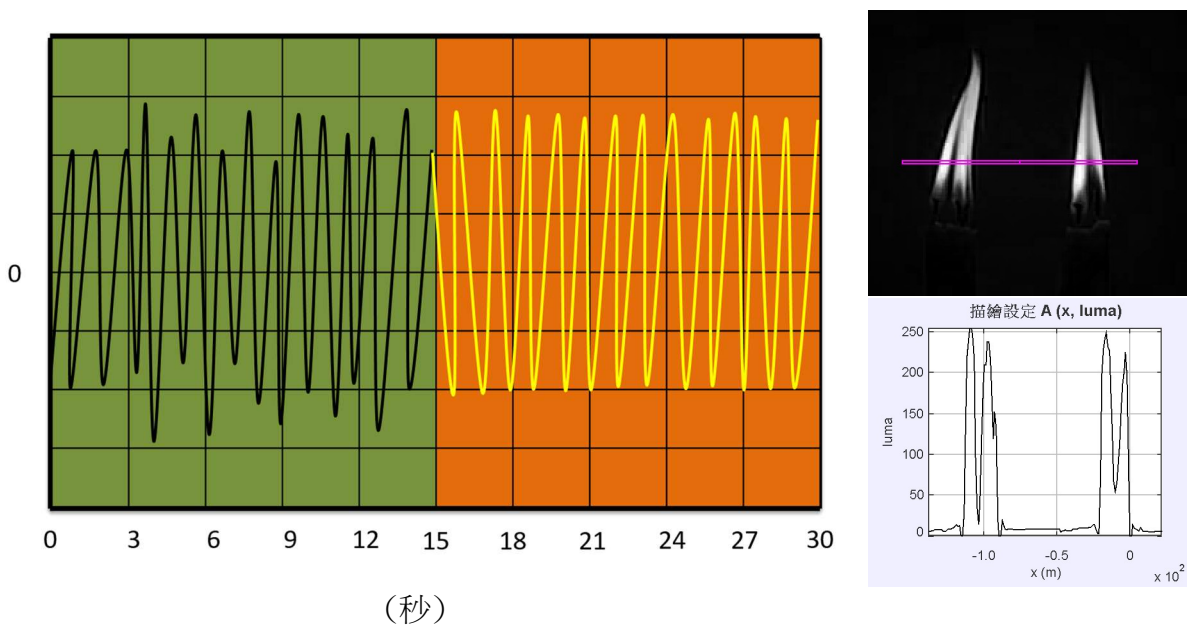
圖十一

如圖十二所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1.6, 1.8, 2.0$  公分時，均呈現振幅死亡 AD 型態，頻率約 15, 15, 15 frame，均為  $f=16$  Hz。



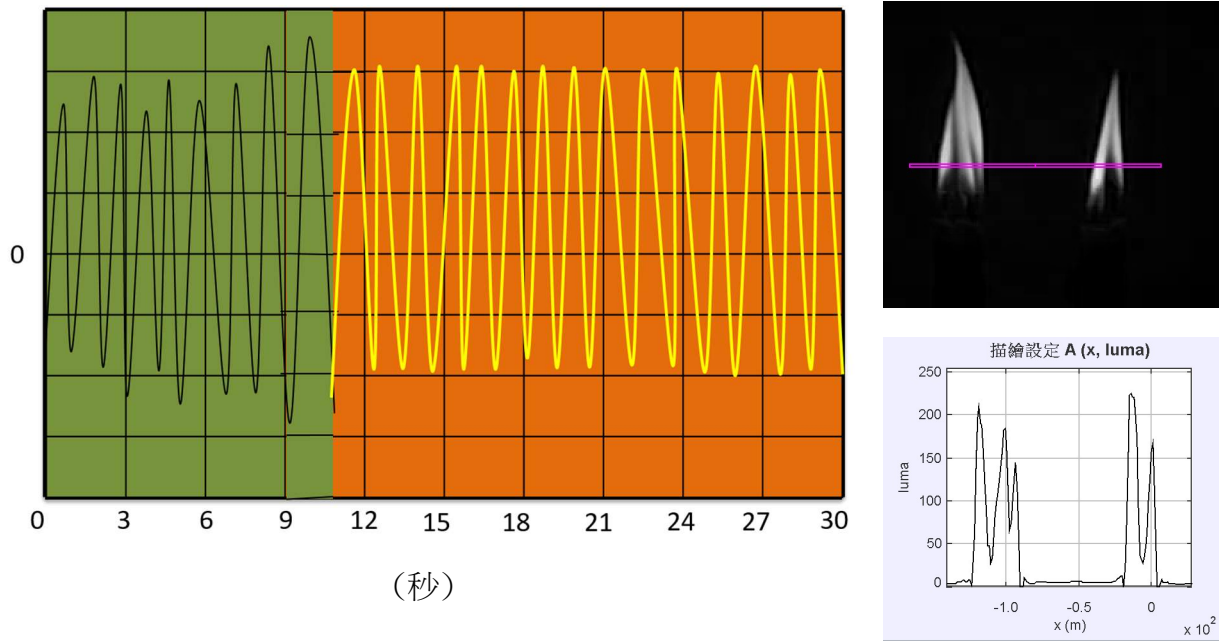
圖十二

如圖十三所示，當蠟燭振盪器距離為 2.2 公分時，會呈現相位翻轉分岔與振幅死亡，頻率約 19 frame，為  $f=12.63$  Hz。



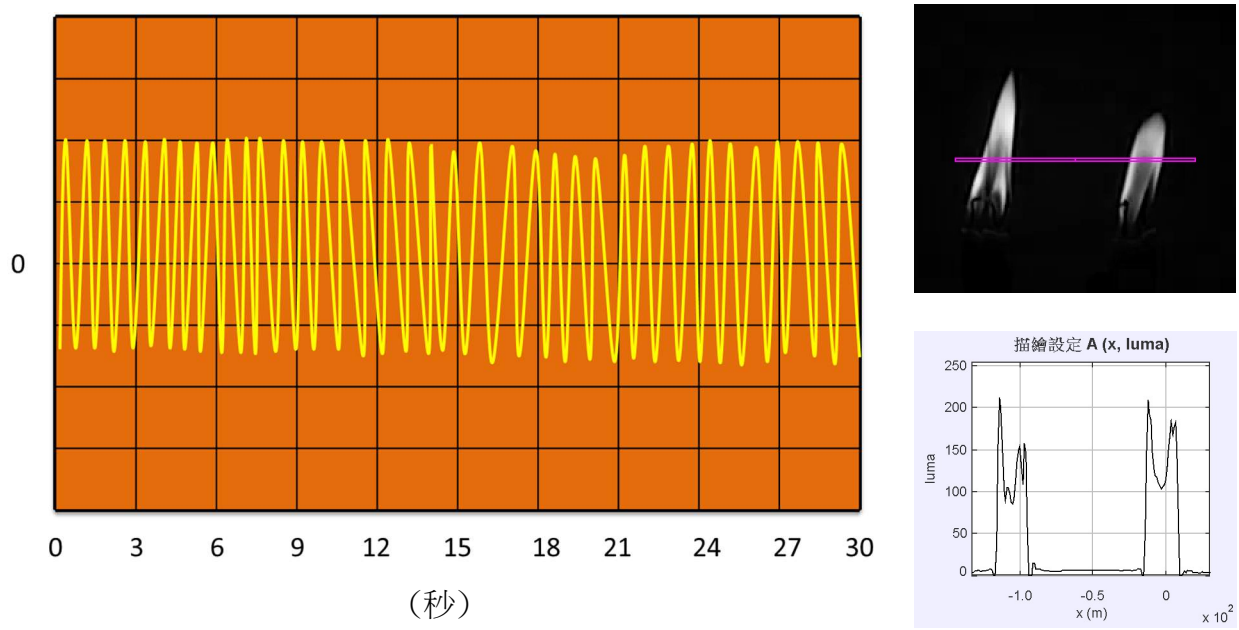
圖十三

如圖十四所示，當蠟燭振盪器距離為 2.4 公分時，會呈現相位翻轉分岔與振幅死亡，頻率約 20 frame，為  $f=12\text{ Hz}$ 。



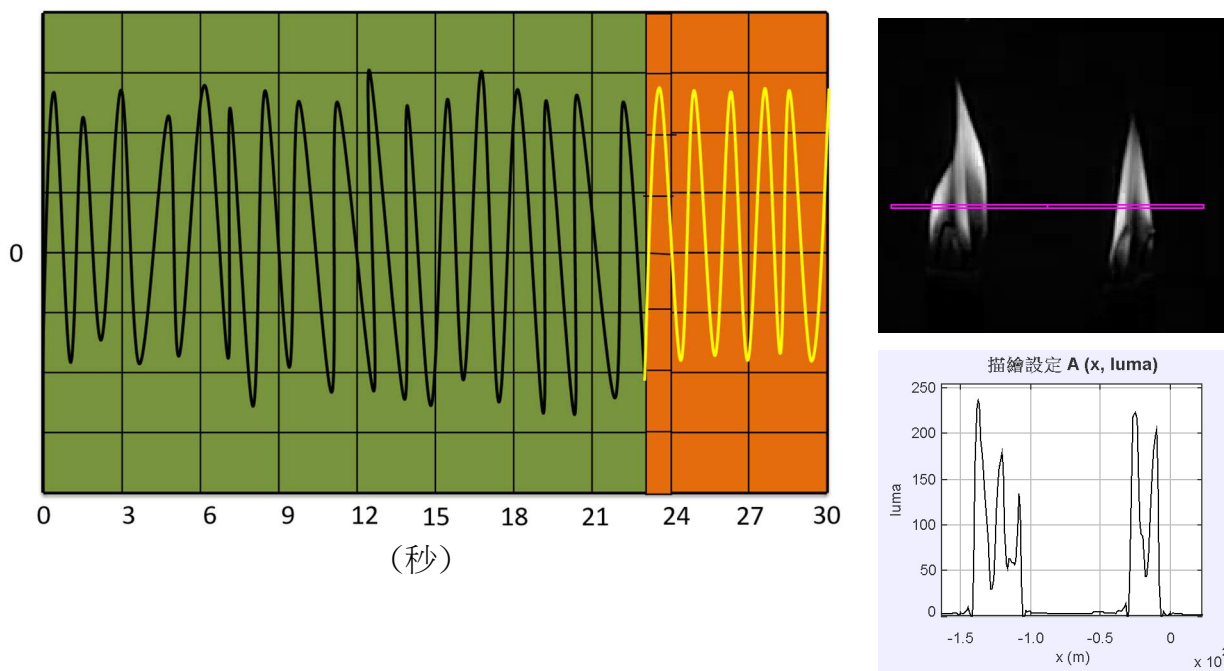
圖十四

如圖十五所示，當蠟燭振盪器距離為 2.6 公分時，會呈現振幅死亡，頻率約 17 frame，為  $f=14.11\text{ Hz}$ 。



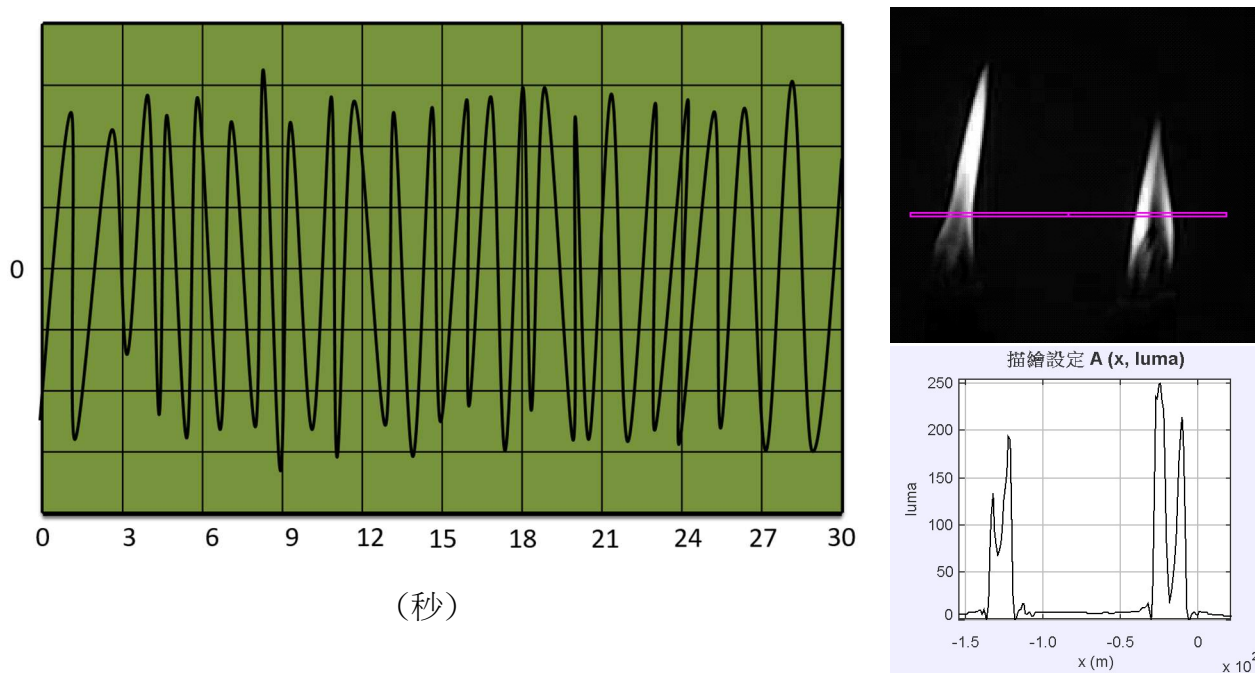
圖十五

如圖十六所示，當蠟燭振盪器距離為 2.8 公分時，會呈現相位翻轉分岔與振幅死亡，頻率約 19 frame，為  $f=12.63 \text{ Hz}$ 。



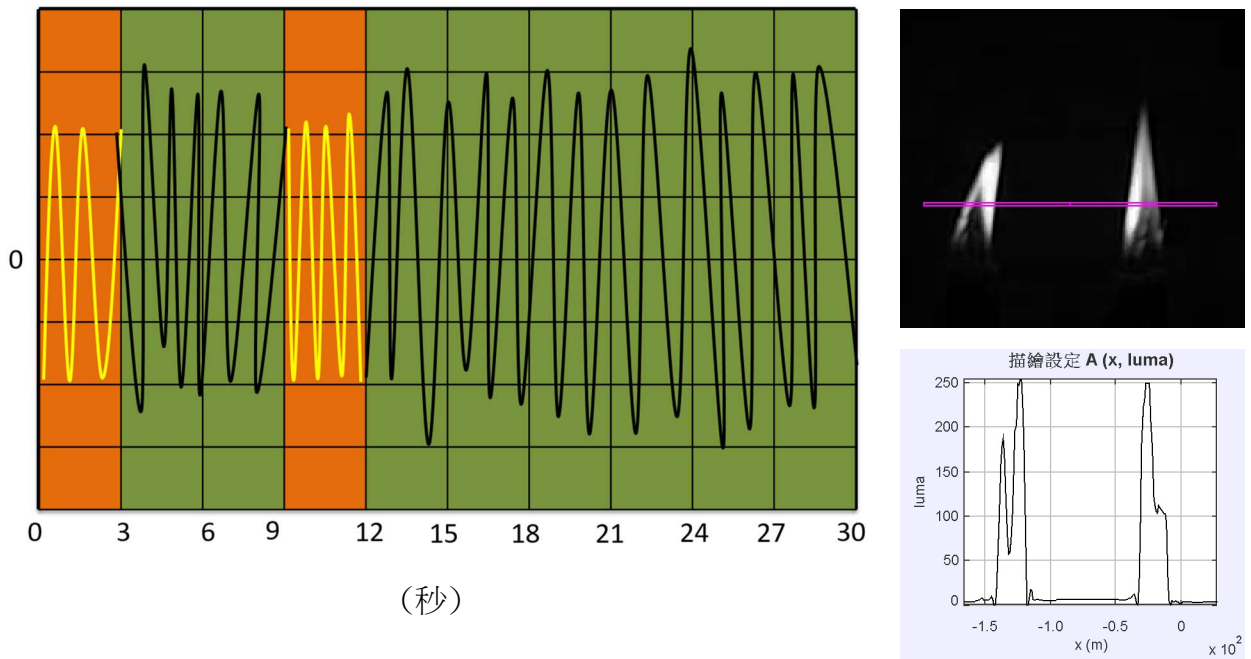
圖十六

如圖十七所示，當蠟燭振盪器距離為 3 公分時，會呈現相位翻轉分岔，頻率約 15 frame，為  $f=16 \text{ Hz}$ 。



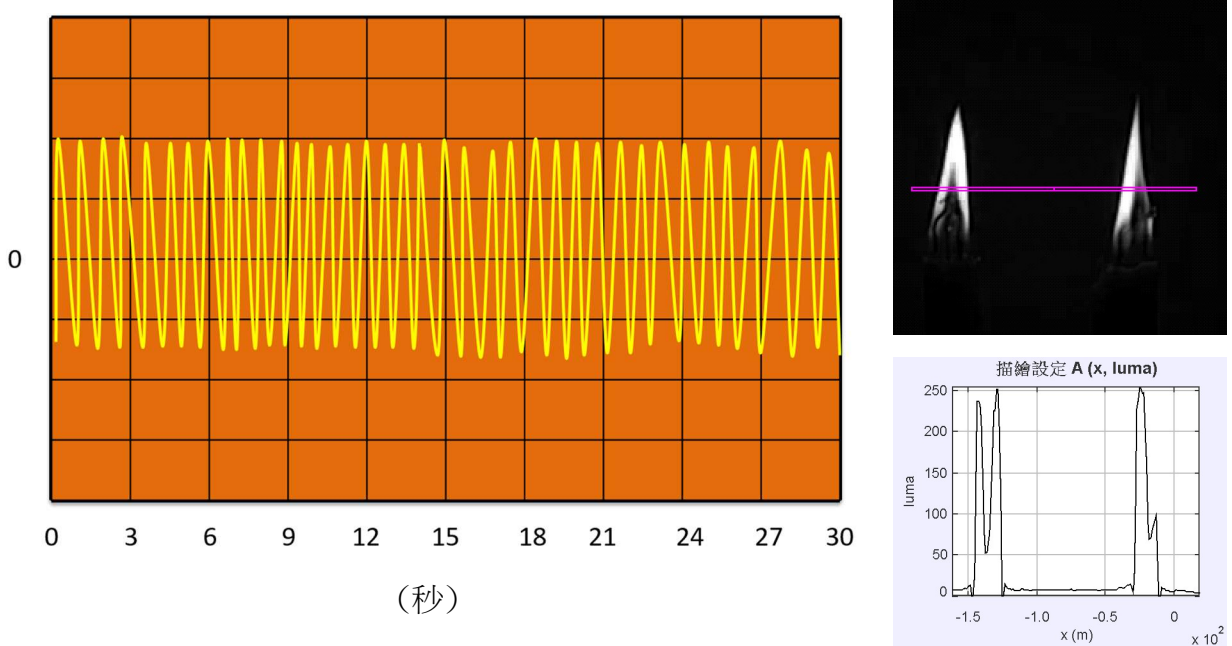
圖十七

如圖十八所示，當蠟燭振盪器距離為 3.2 公分時，會呈現相位翻轉分岔與振幅死亡，頻率約 24 frame，為  $f=10$  Hz。



圖十八

如圖十九所示，當蠟燭振盪器距離為 3.4, 3.6, 3.8 公分時，均呈現與振幅死亡，頻率約 20、25、27 frame，為  $f=12$ 、 $9.59$ 、 $8.88$  Hz。



圖十九

## 伍、研究結果

在這次實驗中我們利用改變蠟燭振盪器之間的距離，去觀察兩個振盪器的耦合作用，並利用 Tracker 來觀察、分析、並去分類影片中所呈現的耦合狀態，從實驗結果中，我們可以清楚的知道：

- 一、當蠟燭兩組距離小於 0.2 公分時，呈現同步振盪 IP。
- 二、當蠟燭兩組距離介於 0.2~0.6 公分時，呈現振幅死亡 AD 和同步振盪 IP。
- 三、當蠟燭兩組距離介於 0.8 公分時，則呈現四種混和型態 IP、AD、AP、PFB。
- 四、當蠟燭兩組距離介於 0.6~1.4 公分時，呈現混和型態 AD、AP、PFB。
- 五、當兩組蠟燭介於 1.6~2.0 公分，呈現振幅死亡 AD。
- 六、當蠟燭距離介於 2.2~2.4 公分時，呈現相位翻轉分叉 PFB 和振幅死亡 AD 混合態。
- 七、當蠟燭為 2.6 公分時，呈現振幅死亡 AD。
- 八、當蠟燭介於 2.8~3.2 公分之間，呈現相位翻轉分岔 PFB 與振幅死亡 AD。
- 九、當蠟燭介於 3.4~3.8 公分之間，呈現振幅死亡 AD。

表格三為依據實驗結果，我們將各種出現狀態出現做百分比分析。

距離 d (cm)	頻率 f (Hz)	同步振盪(IP) (%)	振幅死亡(AD) (%)	相位翻轉分叉(PFB) (%)	反相振盪(AP) (%)
0	9.59	100	0	0	0
0.2	10	90	10	0	0
0.4	8.57	80	20	0	0
0.6	9.23	75	0	25	0
0.8	12	5	10	30	55
1.0	12	0	27	10	63
1.2	10.9	0	70	30	0
1.4	12.97	0	73	27	0
1.6	16	0	100	0	0
1.8	16	0	100	0	0
2.0	16	0	100	0	0
2.2	12.63	0	50	50	0
2.4	12	0	63	37	0
2.6	14.11	0	100	0	0
2.8	12.63	0	23	77	0



3.0	16	0	0	100	0
3.2	10	0	20	80	0
3.4	12	0	100	0	0
3.6	9.59	0	100	0	0
3.8	8.88	0	100	0	0

從上面的實驗結果可以得知，當振盪器之間的距離產生變化會影響其耦合交互作用行為，而在 IP 與 AD 之間的轉換，是一個非常複雜的行為，當距離為 0.8 公分時，我們發現四種混合態交替出現，我們清楚認為，此為臨界距離  $d_c$ ，且實驗結果與理論預測論述相符。

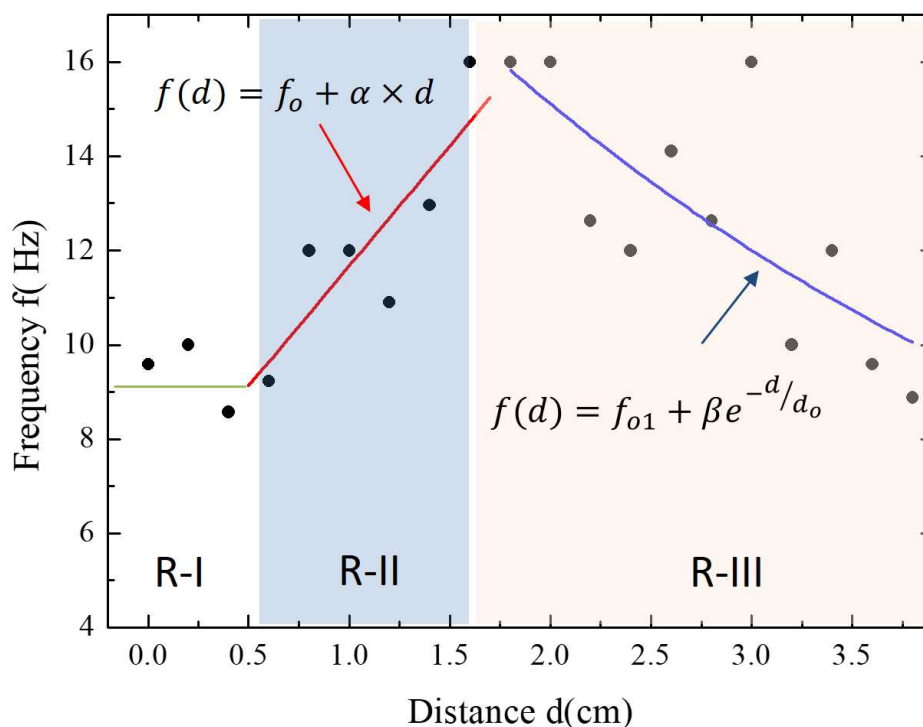
## 陸、討論

在此實驗，我們首次觀察到由蠟燭火焰振盪器在蠟燭距離不同值上的相互作用所觀察到的顯示同步振盪(IP)、振幅死亡(AD)、反向振盪(AP)和相位分叉振盪(PFB)的動態狀態。在蠟燭距離 0 公分的微小值下，它們會顯示 IP 出同步。在此期間，每個振盪器的時間序列以接近 0 度相位差波動。當蠟燭距離增加到 1.6~2.0 公分以上時，我們注意到兩個振盪器的振盪停止。我們將此狀態稱為振幅死亡，當蠟燭距離足夠引起耦合(<3.4 公分)時，兩個振盪器都會恢復其振盪行為。

除了在蠟燭距離的特定範圍內觀察到的這些穩定狀態外，我們還在邊界上看到了過渡狀態。圖八分別顯示了從同步振盪到反向振盪和振幅死亡到反向振盪的過渡中存在此類狀態。這種過渡的證據進一步重申，從同步振盪到振幅死亡的過渡和從振幅死亡到反向振盪的過渡不是突然的，而是逐步發生的。

此外，我們使用各種定量度量方法，如振盪的顯性頻率( $f$ )而進一步量化蠟燭火焰振盪器的同步行為。圖二十所示，當兩個振盪器處於同步振盪狀態( $d=0$ )時，我們觀察到兩個振盪器的主要頻率都低於它們的非耦合頻率值(~10 Hz)。當這些振盪器通過振幅死亡狀態從同步振盪轉換到反向振盪時，我們注意到它們的主要頻率的值突然躍升到~16 Hz，遠大於其解耦合頻率的值(~12 Hz)。不過由此實驗可看出，頻率變化的臨界區間發生在 0.6~1.6 公分，一個可能的解釋是，由於浮力驅動所造成的流動，使每個蠟燭火焰振盪器不穩定而形成的渦旋相互作用的關係。當振盪器在附近時，渦旋的內部相互合併，從而抑制振盪，從而減少它們的不穩

定情形，當距離大於 1.6 公分時，其振動頻率即開始遞減，表示耦合作用力由長程轉為短程作用力，而隨時間消散，其能量的消散應與介質有關，如空氣。



圖二十：為兩個振盪器距離與測量頻率的關係圖。

而關於耦合與空氣介質影響，我們認為在物理系統中是可以經常觀察到，例如生物或化學振盪器。在這種系統中，時間延遲是固有的，因為將信號從一個振盪器傳輸到另一個振盪器需要有限的傳播時間。相反，在間接耦合過程中，振盪器通過中間介質(環境)耦合，這種過程也表明是導致 PFB 的表現，由於時滯(time delay)和間接(通過中間介質)的傳遞，造成多種混合態的產生。

由圖二十中，我們進一步分析頻率與距離的關係：

- 一、在區域 R-I 中( $d=0\sim 0.6$  cm)，振盪頻率隨距離呈現常數約為 9.1Hz。
- 二、在區域 R-II 中，呈現相轉變混合態( $d=0.6\sim 1.6$  cm)，振盪頻率隨距離的關係呈現線性增加的趨勢，實驗擬合的函數為 $f(d) = f_0 + \alpha \times d$ 的關係，其中 $f_0=6.75$  Hz，改變斜率為 $\alpha = 5.09$  Hz/cm。

三、在區域 R-III 中，呈現 IP 相轉變 AD 態( $d=1.8\sim 3.8$  cm)，振盪頻率隨距離的關係呈現指數遞減性的趨勢，實驗擬合的函數為 $f(d) = f_{o1} + \beta e^{-d/d_0}$ 的關係，其中 $f_{o1}=1.78$  Hz，遞減斜率為 $\beta = 22.6$  Hz，半衰距離為 $d_0=3.76$  cm。

由此實驗擬合結果，相轉變的混合，會造成頻率的增加，每增加一公分會增加 5.09Hz，同時，我們也獲知空氣介質造成的傳遞半衰距離約為 3.76 cm，超過此距離，雙振盪器呈現振幅死亡 AD 模式。

## 柒、結論

因此，研究振幅死亡和相位翻轉分岔的共存，讓我們能夠改變適當的控制參數，以便在兩者中選擇最理想的現象。振幅死亡的情況在許多生物系統中是不可取的(或不希望發生的)；因此，若是能改變一個單一的參數，讓狀態能直接轉移到相位翻轉分岔，這樣的改變可能會作為許多不可治癒的疾病的出路，如阿茲海默症和帕金森症 [7, 8]。相反，振幅死亡在生物生態系統中更受歡迎(由於其顯著的穩定性)，或是在火箭和燃氣輪機等熱、聲系統中，希望振幅死亡讓系統穩定；另外，振盪的發生也將導致物種在長期情況下滅絕。因此，改變控制參數，導致從相位翻轉分岔轉向振幅死亡將有助於維持各種瀕危物種。

在研究中，我們首次利用簡易的雙振盪器來觀察非線性物理及其應用，雖然實驗工具簡單，但卻獲得很多的物理資訊，讓我了解生活中的觀察，需要科學的精神與方法來解決。

## 捌、參考資料及其他

- [1] H. Kitahata et al.(2009). Oscillation and synchronization in the combustion of candles.*Journal of Physical Chemistry*, A113, 8164–8168.
- [2] K. Okamoto et. al.(2016). Synchronization in flickering of three-coupled candle flames. *Scientific Reports*, 6, 36145.
- [3] Golubitsky, M. & Stewart, I. *The Symmetry Perspective* (Birkhause Verlag, Basel, Switzerland, 2002).
- [4] Linear Actuator, trinity labs, <https://www.thingiverse.com/thing:33504>

[5] Code and model files for open source linear actuator.

<https://github.com/mtu-most/linear-actuator>

[6] Tracker 5.0.7 version <https://physlets.org/tracker/>

[7] Mizuno, Y. et al. (1989) Deficiencies in complex I subunits of the respiratory chain in Parkinson's disease. *Biochem. Biophys. Res. Comm.* 163, 1450–1455.

[8] Lim, A. S. et al. (2017) Diurnal and seasonal molecular rhythms in human neocortex and their relation to Alzheimer's disease. *Nature Comm.* 8, 14931.